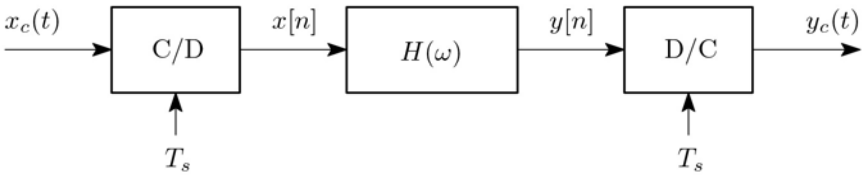
Tratamiento Digital de Señales **SOLUCIÓN** *29 de octubre de 2018* *1er Parcial*

Apellidos ______________________ **Nombre** ______________________

DNI: ______________ **Calificación** ______ 1 + ______ 2 + ______ 3 = ______

1. Considere el sistema de procesado discreto de la figura:



en el que se procesa la señal de entrada continua $x_c(t)$ para producir la señal de salida continua $y_c(t)$. Tanto el muestreo como la reconstrucción se llevan a cabo con el mismo periodo T. El convertidor D/C incorpora un filtro paso bajo ideal. La respuesta en frecuencia del sistema discreto es:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < |\omega| < \pi \end{cases}$$

Suponga que la señal de entrada es $x_c(t) = \sin(2\pi 800 t)$. Indique razonadamente la salida $y_c(t)$ para cada una de las frecuencias de muestreo y reconstrucción siguientes:

a) $1/T_S = 8000\,\text{Hz}$. **(1 punto)**

- *La frecuencia de muestreo es* ***superior*** *a la tasa de Nyquist por lo que el muestreo* ***no*** *produce "aliasing".*
- *La señal discreta es:* $x[n] = x_c(nT_S) = \sin(2\pi 800 n/8000) = \sin(\pi n/5)$.
- *La señal pasa inalterada por el filtro porque su frecuencia discreta* $\omega_0 = \pi/5$ *es* ***menor*** *que la frecuencia de corte del filtro* $\omega_c = \pi/2$; *por tanto* $y[n] = \sin(\pi n/5)$.
- *La señal continua reconstruida es:* $y_c(t) = \sin(\pi 8000 t/5) = \sin(2\pi 800 t) = x_c(t)$.

b) $1/T_S = 2000\,\text{Hz}$. **(1 punto)**

- *La frecuencia de muestreo es* ***superior*** *a la tasa de Nyquist por lo que el muestreo* ***no*** *produce "aliasing".*
- *La señal discreta es:* $x[n] = x_c(nT_S) = \sin(2\pi 800/2000) = \sin(4\pi n/5)$.
- *El filtro anula la señal porque su frecuencia discreta* $\omega_0 = 4\pi/5$ *es* ***mayor*** *que la frecuencia de corte del filtro* $\omega_c = \pi/2$; *por tanto* $y[n] = 0$.
- *La señal continua reconstruida es:* $y_c(t) = 0$.

c) $1/T_S = 1000\,\text{Hz}$. **(1 punto)**

- *La frecuencia de muestreo es* ***inferior*** *a la tasa de Nyquist por lo que el muestreo* ***sí*** *produce "aliasing".*
- *La señal discreta es:* $x_c(nT_S) = \sin(2\pi 800/1000) = \sin(8\pi n/5)$, *alias de* $x[n] = \sin(8\pi n/5 - 2\pi) = \sin(-2\pi n/5) = -\sin(2\pi n/5)$.
- *La señal pasa inalterada por el filtro porque su frecuencia discreta* $\omega_0 = 2\pi/5$ *es* ***menor*** *que la frecuencia de corte del filtro* $\omega_c = \pi/2$; *por tanto* $y[n] = -\sin(2\pi n/5)$.
- *La señal continua reconstruida es:* $y_c(t) = -\sin(2\pi 1000 t/5) = -\sin(2\pi 200 t)$.

2. En la Figura 1 se muestran un diagrama de bloques compuesto por un conversor C/D, un compresor y un expansor, junto con el espectro de la señal de entrada. Si la señal $x_c(t)$ se muestrea con una frecuencia de $40\,KHz$, responda a las siguientes cuestiones:

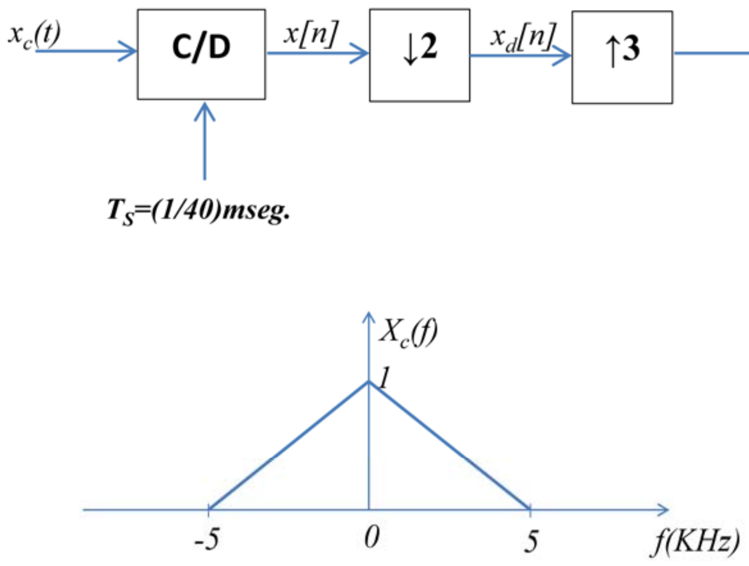
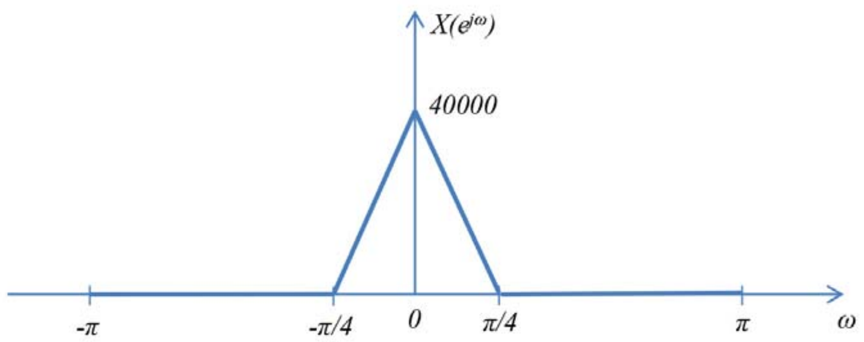
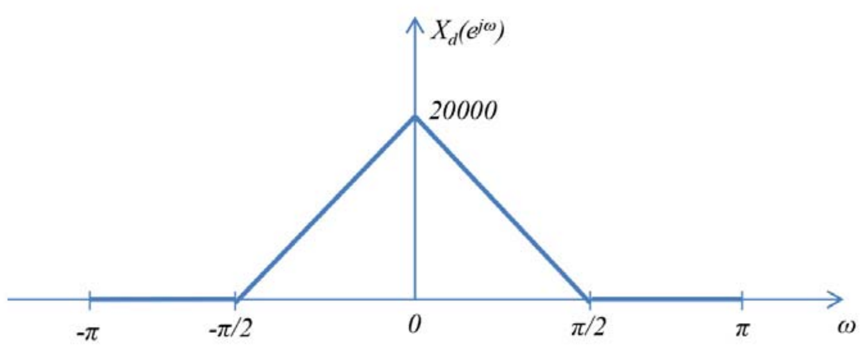
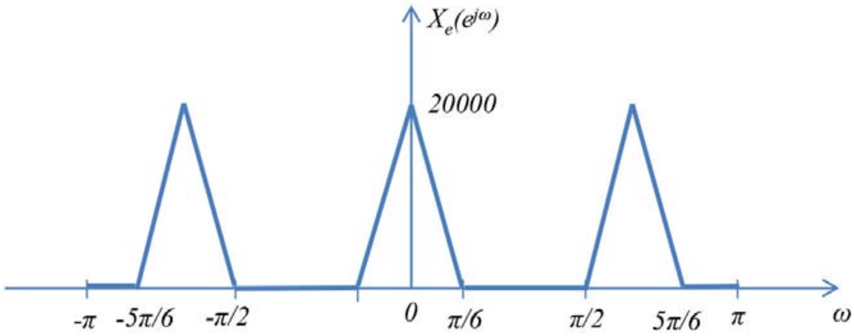


Figura 1

a) Dibuje los espectros, indicando todos los valores de frecuencias y amplitudes, de las secuencias $x[n]$, $x_d[n]$ y $x_e[n]$. **(2 puntos)**



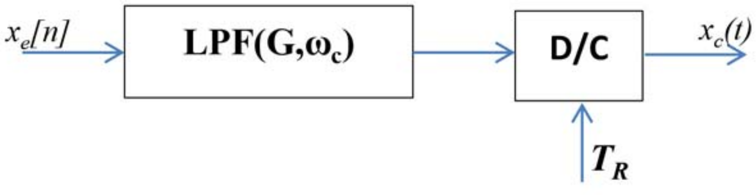




b) Se dispone de los siguientes diagramas de bloques: **(1,5 puntos)**

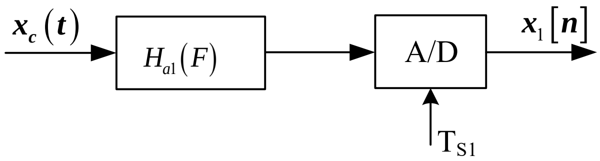
- 1 Conversor D/C
- 1 Filtro paso-bajo
- 1 Compresor
- 1 Expansor

Dibuje la combinación de los diagramas de bloques anteriores que permiten recuperar la señal de entrada, $x_c(t)$, a partir de $x_e[n]$, que es la salida del sistema mostrado en la $Figura\,1$. Rellene además la tabla con los parámetros de los diferentes bloques utilizados.
NOTA: En la solución que proponga no es necesario que utilice todos los diagramas de bloques.



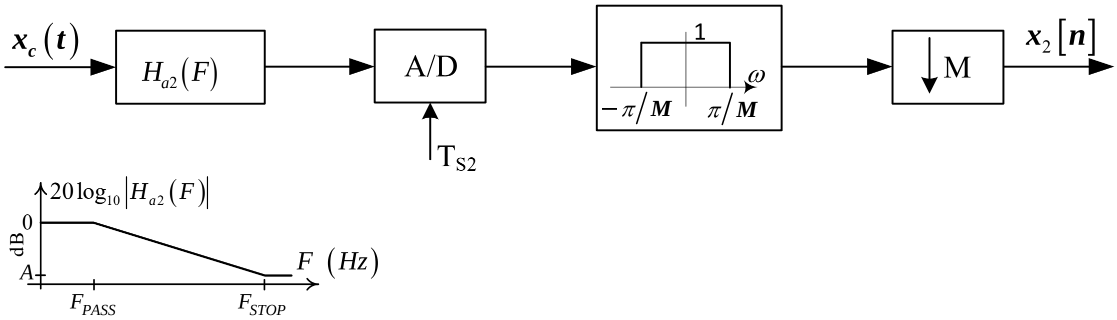
D/C	T= (1/60)mseg.
FILTRO	G= 3
PASO-BAJO	$\omega_c = \pi/6$
↑ L	L= ———
↓ M	M= ———

3. La siguiente figura representa un sistema de digitalización de una señal con un ancho de banda de interés de 800 Hz y frecuencia de muestreo de 2 KHz. El cuantificador uniforme tiene 2^{12} niveles y el filtro anti solapamiento una banda de transición entre 800 y 1000 Hz:



La SNR de cuantificación se aproxima por $6N_1=72$ dB y la atenuación del filtro en 1000 Hz vale 72 dB, por lo que la pendiente de la respuesta en amplitud del filtro en la banda de transición vale alrededor de -224 dB/octava.

Con el objetivo de que $x_2[n]$ tenga sólo la banda de interés, disminuir los niveles del cuantificador a 2^8 y aumentar la SNR de cuantificación a 78 dB, se emplea el siguiente esquema:



Teniendo en cuenta que la atenuación del filtro anti solapamiento para la frecuencia F_{STOP} debe ser de 78 dB, calcule razonadamente el valor de **M**, $F_{S2} = 1/T_{S2}$ y la pendiente **p** de la respuesta en amplitud del filtro en la banda de transición. **(3,5 puntos)**

$$SNR_{QM} = SNR_Q + 10\log_{10}(M)$$
$$78 = 6\cdot 8 + 10\log_{10}(M) \quad \rightarrow \quad \boxed{M = 1000}$$

$$\boxed{F_{S2} = M\cdot 2\cdot 800 = 1600000\ Hz}$$

$$\begin{cases} F_{PASS} = 800 \\ F_{STOP} = F_{S2} - F_{PASS} \end{cases}$$

Como el enunciado del problema pide que la atenuación del filtro anti solapamiento para la frecuencia F_{STOP} sea de 78 dB:

$$\boxed{p = \frac{-78}{\log_2\left(\dfrac{F_{STOP}}{F_{PASS}}\right)} = -7{,}11\ dB/octava}$$